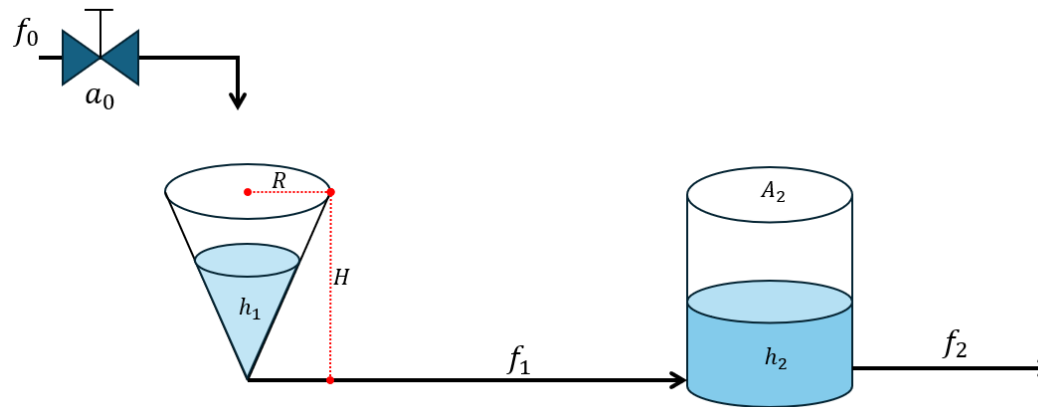


Taller 1 – Sistemas de Control

Sergio Andres Castaño Giraldo

Enunciado del sistema

Consideren el siguiente sistema de **dos tanques interactuantes**, en paralelo:



Donde:

- R – Es el radio del tanque cónico (m)
- H – Es la altura total del tanque
- f_0 – Es el caudal de entrada (presión constante)
- f_1 – Caudal de interacción
- f_2 – Caudal de Salida
- h_1 – Altura de líquido del tanque 1
- h_2 – Altura de líquido del tanque 2

- a_0 – Abertura de la válvula lineal (0 – 1)

Obtenga las ecuaciones diferenciales de ambos tanques empleando el balance de materia para esto. Ambos tanques poseen la misma altura máxima, H . El caudal de interacción entre ambos tanques, f_1 , es en función de la diferencia de las alturas de ambos tanques:

$$f_1 = k_1 \sqrt{2g} \sqrt{h_1 - h_2}$$

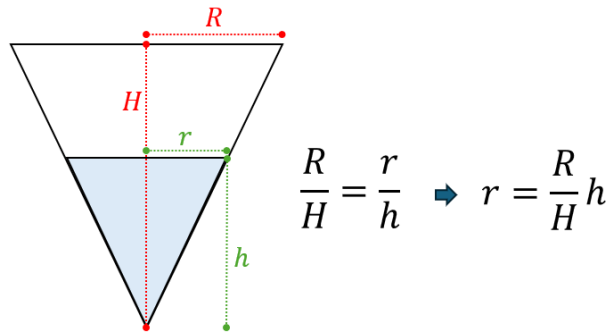
Los parámetros del modelo son:

- $A_2 = 0.5m^2$
- $k_0 = 0.25m^3/s$
- $k_1 = 0.05m^2$
- $k_2 = 0.05m^2$
- $g = 10m/s^2$
- $H = 1.5m$
- $R = 0.4m$

Recuerde que el volumen de un cono es:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

En el problema también le puede ser útil aplicar la proporción lineal del triángulo para dejar las ecuaciones diferenciales en función de la altura.



Para linealizar el problema debemos encontrar el punto de equilibrio y expresar las salidas y las entradas en variables desviación:

- $\Delta h_1 = h_1 - h_{10}$
- $\Delta h_2 = h_2 - h_{20}$
- $\Delta a_0 = a_0 - a_{00}$

Usted va a notar que en este caso tendremos dos ecuaciones diferenciales acopladas. Usted puede trabajar exactamente de la misma forma como lo hicimos en clase, o si quiere facilitar el cálculo, lo más recomendado es trabajar en formato matricial, haciendo la linealización por la matriz Jacobiana. **La matriz Jacobiana es simplemente la extensión matricial del desarrollo de Taylor de primer orden**, y se utiliza para linealizar sistemas multivariables. Donde el problema es similar a una representación en variables de estado.

Como tendremos dos ecuaciones diferenciales:

$$F_1 = \frac{d\Delta h_1}{dt}$$

$$F_2 = \frac{d\Delta h_2}{dt}$$

En este problema, SOLO nos interesa ver la altura del tanque 2 con la manipulación de la válvula de entrada. Entonces el sistema es:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta h_1}{dt} \\ \frac{d\Delta h_2}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial h_1} & \frac{\partial F_1}{\partial h_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial h_1} & \frac{\partial F_2}{\partial h_2} \end{bmatrix}}_{\text{Jacobiano}} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial a_0} \\ \frac{\partial F_2}{\partial a_0} \end{bmatrix} \Delta a_0$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix}$$

Actividades para desarrollar

Para el desarrollo de esta actividad, se requiere el uso de **MATLAB o Simulink**. Tengan presente que este curso de 3 créditos académicos implica, por normativa de la Universidad, una relación de **1 a 2** en las horas de trabajo. Esto significa que, además de nuestros encuentros presenciales, cada estudiante debe dedicar **6 horas semanales de trabajo independiente**. Este espacio es fundamental para la investigación autónoma de conceptos previos o herramientas de software necesarias para resolver problemas complejos de ingeniería.

1. Modelado Dinámico y Estático:

- Obtenga las **EDOs** que describen los niveles h_1 y h_2 del sistema de tanques interactuantes.
- Simule en **MATLAB/Simulink** el sistema no lineal.

- Obtenga la **curva estática** (Relación H_2 vs F_{in} en estado estable).

2. Linealización y Comparación:

- Linealice el sistema en el punto de operación definido y obtenga la FT $G(s) = \frac{H_2(s)}{F_0(s)}$.
- Compare la respuesta temporal del **Modelo Lineal vs. No Lineal** ante variaciones de la entrada.
- Compare la respuesta de la FT en **lazo abierto vs. lazo cerrado** con una entrada escalón y discuta cómo la realimentación altera la constante de tiempo y la ganancia.

3. El Reto del Tiempo Muerto:

- Incluya un retardo de comunicación de **1 segundo** en su simulación (bloque *Transport Delay* y función *pade*).
- **Control Proporcional K:** Determine el rango de estabilidad usando el margen de ganancia. Verifique la ubicación de los polos usando una aproximación de **PADE** en el comando *pzmap*.
- **Análisis No Lineal:** Verifique si el sistema no lineal se inestabiliza con el mismo valor de K que el lineal.

4. Precisión y Seguimiento:

- Con un K estable, analice el **error en estado estacionario** (e_{ss}) para entradas escalón y rampa.
- Aplique el **Principio del Modelo Interno:** Identifique qué elemento falta en el controlador para alcanzar $e_{ss} = 0$ y válidelos en ambas simulaciones.

5. Análisis de Robustez:

- Aumente el retardo a **10 segundos**. Discuta el impacto en el control proporcional y si es posible "arreglar" el problema observado simplemente ajustando el controlador K.